

文章编号 1004-924X(2026)15-2359-10

双镜面物体面形三维测量的虚拟基准标定

靳 钰¹, 倪育博¹, 高 楠¹, 马璐瑶¹, 孟召宗¹, 杨泽青¹,
张国锋², 赵洪伟^{2,3}, 张宗华^{1*}

- (1. 河北工业大学 机械工程学院, 天津 300401;
2. 西安交通大学 机械工程学院, 陕西 西安 710049;
3. 中国飞机强度研究所 强度与结构完整性全国重点实验室, 陕西 西安 710065)

摘要:在先进装备制造和复杂光学仪器中存在一类双镜面物体,其两工作面法向夹角大,整体三维面形测量难度较高。采用相位偏折术分别测量两工作面时,由于所测数据位于不同坐标系,且缺少统一的实体基准,故难以确定对应两面数据之间的关系。该问题会直接影响两侧点云的坐标统一与后续拼接精度,使双镜面整体面形重建受到限制。为此,本文提出一种虚拟基准标定方法,以子系统标定过程中形成的虚拟参考面构建虚拟基准,并结合多姿态平面镜相位重建结果与转台坐标系约束,确定两虚拟参考面之间的空间变换关系,实现双镜面测量数据统一。实验结果表明,所提标定方法能够完成双镜面点云拼接,右表面相对于标准平面的均方根误差为 0.059 mm,实现了双镜面物体的整体三维面形重建。

关键词:相位偏折测量术;双镜面物体;虚拟基准标定;镜面面形

中图分类号:TH741;TB92 文献标识码:A

doi:10.37188/OPE.20263415.2359 CSTR:32169.14.OPE.20263415.2359

Virtual datum calibration for surface shape 3D measurement of double mirror objects

JIN Yu¹, NI Yubo¹, GAO Nan¹, MA Luyao¹, MENG Zhaozong¹, YANG Zeqing¹,
ZHANG Guofeng², ZHAO Hongwei^{2,3}, ZHANG Zonghua^{1*}

- (1. School of Mechanical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China;
2. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
3. National Key Laboratory of Strength and Structural Integrity,
Aircraft Strength Research Institute of China, Xi'an 710065, China)
* Corresponding author, E-mail: zhzhang@hebut.edu.cn

Abstract: Double-mirror components are widely used in advanced manufacturing equipment and complex optical instruments. However, complete three-dimensional (3D) surface-form measurement is challenging because the two functional surfaces typically have a large angle between their surface normals. When phase-measuring deflectometry (PMD) is applied separately to the two surfaces, the reconstructed point clouds are expressed in independent coordinate systems. The lack of a common physical datum prevents

收稿日期:2026-05-08;修订日期:2026-06-02.

基金项目:河北省教育厅科学研究资助项目(No. JZX2024021);河北省自然科学基金资助项目(No. E2024202153, No. E2024202121);国家自然科学基金资助项目(No. U2341275)

determination of their relative spatial transformation and degrades point-cloud registration accuracy. A virtual-datum calibration method is proposed to establish a common coordinate system without requiring a physical reference shared by the two subsystems. The method uses virtual reference planes retained during subsystem calibration as datum-transfer carriers. Phase-reconstructed measurements of a plane mirror acquired at multiple poses are combined with turntable-coordinate-system constraints to determine the spatial transformation between the two virtual reference planes. The two surface datasets are thereby transformed into a unified coordinate system for 3D reconstruction. Experimental validation achieved point-cloud registration of the double-mirror surfaces. The right surface exhibited a root-mean-square (RMS) deviation of 0.059 mm relative to a reference plane, confirming the feasibility of complete 3D surface-form reconstruction. The method provides a practical calibration strategy for precision measurement of multi-surface reflective components.

Key words: phase measuring deflectometry; double mirror objects; virtual datum calibration; specular surface metrology

1 引言

镜面元件作为现代光学系统的核心组成部分,在航空、航天、高铁及汽车工业等领域占据关键地位^[1-3]。相位偏折测量术(Phase Measuring Deflectometry, PMD)因具有非接触、全场和高灵敏度等优点,已成为镜面三维形貌重建的重要方法^[4-8]。传统PMD通过显示屏投射正弦条纹,相机采集镜面反射后的变形条纹,再由相位信息求取表面梯度,并通过梯度积分恢复三维面形。但该方法适用于连续光滑镜面,当被测表面斜率变化较大时,积分过程容易引入误差,同时还会受到高度和梯度之间模糊问题的影响。

为克服传统PMD在非连续镜面测量中的局限,Liu等^[9]提出了直接相位偏折测量方法(Direct PMD, DPMD)。该方法建立了相位与表面深度之间的直接对应关系,可由相位数据直接恢复被测镜面的三维面形,因此更适用于非连续镜面的测量。在先进装备制造和复杂光学仪器中存在一类典型双镜面元件,其两个工作面的法向夹角可达到甚至超过 90° ,其整体三维面形测量具有较高难度。传统PMD系统测量此类元件时,不仅难以完整覆盖双镜面物体的整体视角,而且缺少可用于子系统间基准统一的实体测量基准,这给后续面形拼接与整体三维重建带来明显困难。

针对上述问题,Chen等^[10]提出基于相位偏

折测量术的子孔径斜率拼接思路,将大口径平面元件划分为多个子孔径并在斜率域完成融合,从而突破单视场覆盖不足的问题。但该方法对重叠区域数据质量与系统标定一致性较敏感,拼接误差易随孔径扩展累积。何雯静等^[11]构建了背向双镜面物体共基准形位测量模型,利用双镜面标定板的空间约束关系完成两个子系统参考坐标系之间的统一,实现了背向双镜面整体三维面形重建。该方法验证了双系统协同测量的可行性,但其基准建立仍依赖实体双镜面标定板,且系统测量视角有限,难以适应曲率变化范围较大的曲面测量。张海花等^[12]在相位偏折测量系统标定时,引入虚拟标准平面,结合立体标定确定系统几何结构后,计算测量体积内虚拟参考面及多高度标准平面的相位分布,用最小二乘法求解相位-高度映射系数,无需精密平移台等标定装置,降低复杂度,但仅针对平面和台阶模型完成验证,测量场景受限。由此可见,现有方法在多视场测量、共基准标定和虚拟参考面应用方面已有一定基础,但多依赖重叠视场、实体标定板或特定平面模型来建立空间约束。对于两个DPMD子系统独立测量且不存在公共反射条纹视场的双镜面测量结构,仍缺少一种不依赖实体统一基准的系统间标定方法。

为解决双镜面物体三维面形测量中两子系统基准难以统一的问题,本文提出一种虚拟基准

标定方法。该方法以各子系统标定过程中形成的虚拟参考面构建虚拟基准,并结合多姿态平面镜相位重建结果与转台坐标系之间的约束关系,标定两虚拟参考面之间的空间变换关系,求解系统间变换矩阵。所提方法不依赖实体统一基准,可实现双镜面点云数据统一,并为整体三维面形重建提供基准转换关系,完成双镜面整体三维面形重建。

2 原 理

图 1 为双镜面物体面形测量原理及虚拟基准示意图。该测量系统由左侧直接相位偏折测量子系统(Left DPMD, LDPMD)和右侧直接相位偏折测量子系统(Right DPMD, RDPMD)构成。其中,LDPMD 用于覆盖被测双镜面物体左表面(Tested Surface A, TS_A)的视场,RDPMD 用于覆盖右表面(Tested Surface B, TS_B)的视场。测

量时,计算机生成的正弦条纹分别由 LCD_A 和 LCD_B 显示,经 TS_A 和 TS_B 反射后形成变形条纹图像,并由 CCD_A 与 CCD_B 分别完成采集。基于四步相移法^[13]和最佳三条纹选择法^[14],可分别求得 TS_A 与 TS_B 反射条纹对应的折叠相位图和展开相位图^[15]。对 LDPMD 与 RDPMD 两个子系统分别进行深度标定和横向标定,从而建立绝对相位与深度之间的对应关系,以及像素坐标与空间坐标之间的映射关系。根据各子系统的标定结果,可分别获得位于 LDPMD 参考坐标系下的 TS_A 面形数据和位于 RDPMD 参考坐标系下的 TS_B 面形数据。由于系统中不存在统一两子系统的实体测量基准,两个参考平面坐标系下的面形数据无法直接进行整体拼接。因此,在两子系统各自参考平面的基础上建立虚拟基准,并确定两子系统基准之间的转换关系,将两部分面形数据统一到同一坐标系下,最终实现双镜面物体整体的三维面形重建。

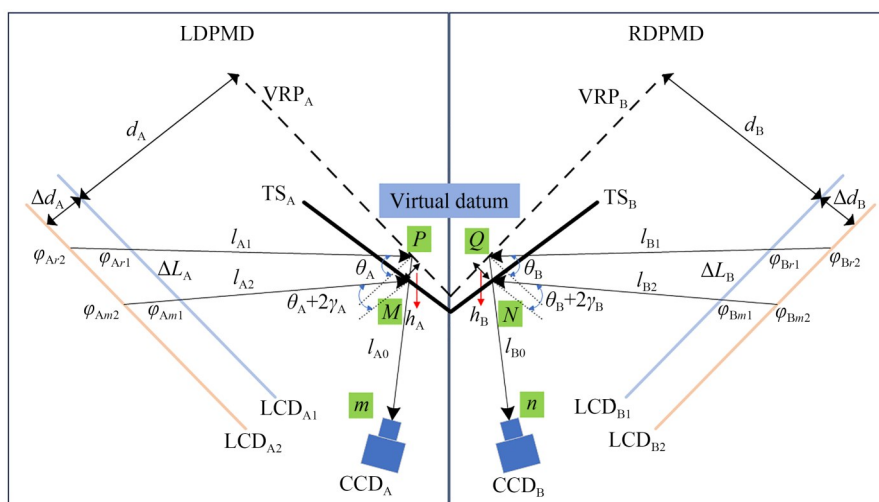


图 1 双镜面物体面形测量原理及虚拟基准示意图

Fig. 1 Schematic diagram of surface shape measurement principle and virtual datum for double-mirror objects

2.1 测量原理

以 LDPMD 子系统为例,测量时, LCD_A 需要在两个位置投影条纹,初始位置记为 LCD_{A1} ,移动后位置记为 LCD_{A2} 。在完成 LDPMD 子系统标定后,标定板位于参考位置时,其所在平面作为该子系统的虚拟参考面(Virtual Reference Plane A, VRP_A),以 VRP_A 为参考建立坐标系 $\{O_{VRP_A}\}$,与 LCD_{A1} 之间的距离为 d_A , LCD_{A1} 与 LCD_{A2} 之间

的移动距离为 Δd_A 。设 CCD_A 图像靶面上的像点为 m ,与之对应的出射光线记为 l_{A0} 。该光线分别与虚拟参考面 VRP_A 及被测镜面 TS_A 相交于点 P 和点 M ,因此可将 l_{A0} 视为通过点 P 和点 M 的出射光线。与其对应的入射光线有两条:一条是经虚拟参考面 VRP_A 反射形成的光线 l_{A1} ,另一条是经被测镜面 TS_A 反射形成的光线 l_{A2} 。其中,光线 l_{A1} 在 LCD_{A1} 和 LCD_{A2} 上的交点相位分别记为 φ_{Ar1} 和

φ_{Ar2} , 其与 VRP_A 上点 P 处法线之间的夹角记为 θ_A 。设 TS_A 在点 M 处的法线与 VRP_A 法线之间的夹角为 γ_A , 则光线 l_{A2} 在 LCD_{A1} 和 LCD_{A2} 上的交点相位分别记为 φ_{Am1} 和 φ_{Am2} , 并且该光线与点 P 处法线之间的夹角为 $(\theta_A + 2\gamma_A)$ 。此外, φ_{Ar1} 与 φ_{Am1} 所对应交点之间的空间距离记为 ΔL_A , 点 M 相对于虚拟参考面 VRP_A 的高度记为 h_A 。

基于上述几何关系, 可建立如下方程组:

$$(\varphi_{Ar1} - \varphi_{Ar2})q/2\pi = \Delta d_A \tan \theta_A, \quad (1)$$

$$(\varphi_{Am1} - \varphi_{Am2})q/2\pi = \Delta d_A \tan(\theta_A + 2\gamma_A), \quad (2)$$

$$\frac{(\varphi_{Ar1} - \varphi_{Am1})q}{2\pi} = \Delta L_A, \quad (3)$$

$$(d_A + h_A) \tan \theta_A + \Delta L_A = (d_A - h_A) \tan(\theta_A + 2\gamma_A), \quad (4)$$

其中: q 为单个正弦条纹宽度。由式(1)~式(4)可得被测物左镜面上点 M 高度与绝对相位间关系为:

$$h_A = \frac{d_A \left[(\varphi_{Am1} - \varphi_{Am2}) - (\varphi_{Ar1} - \varphi_{Ar2}) \right]}{(\varphi_{Am1} - \varphi_{Am2}) + (\varphi_{Ar1} - \varphi_{Ar2})} - \frac{\Delta d_A (\varphi_{Ar1} - \varphi_{Am1})}{(\varphi_{Am1} - \varphi_{Am2}) + (\varphi_{Ar1} - \varphi_{Ar2})}. \quad (5)$$

对于 RDPMD 结构, 虚拟参考面 (Virtual Reference Plane B, VRP_B) 同样由标定板在对应位置时的表面定义, 以 VRP_B 为参考建立坐标系 $\{O_{VRPB}\}$ 。被测物右镜面上点 N 和 VRP_B 间高度为 h_B , 被测物右镜面上点 N 高度与绝对相位间关系如下:

$$h_B = \frac{d_B \left[(\varphi_{Bm1} - \varphi_{Bm2}) - (\varphi_{Br1} - \varphi_{Br2}) \right]}{(\varphi_{Bm1} - \varphi_{Bm2}) + (\varphi_{Br1} - \varphi_{Br2})} - \frac{\Delta d_B (\varphi_{Br1} - \varphi_{Bm1})}{(\varphi_{Bm1} - \varphi_{Bm2}) + (\varphi_{Br1} - \varphi_{Br2})}, \quad (6)$$

其中: 带有下标 B 变量表示与公式(5)中相似变量, 下标 A 和 B 分别代表 LDPMD 结构和 RDPMD 结构。

上述关系式可分别得到 TS_A 和 TS_B 相对于各自虚拟参考面的高度信息, 并结合深度标定和横向标定结果重建两工作面的三维点云。由于 LDPMD 和 RDPMD 子系统的参考平面相互独立, 左右点云分别位于 $\{O_{VRPA}\}$ 和 $\{O_{VRPB}\}$ 坐标

系, 不能直接用于双镜面整体面形拼接。同时, 系统中缺少可直接连接两子系统的实体统一基准。因此, 需要将两子系统标定过程中形成的虚拟参考面作为基准传递对象, 构建虚拟基准, 并进一步标定两虚拟参考面之间的空间变换关系, 实现双镜面物体整体面形的三维测量。

2.2 系统标定原理

双镜面物体的两侧工作面分别由 LDPMD 和 RDPMD 子系统完成测量。由于两个子系统的相机、显示屏及参考平面相互独立, 需先完成各子系统内的参数标定, 建立相位信息、像素坐标与空间坐标之间的对应关系。子系统标定包括相机内部参数标定、深度标定和横向标定。其中, 相机内部参数采用张正友方法^[16]求取, 深度标定用于确定显示屏与虚拟参考面之间的空间位置关系, 横向标定用于建立像素坐标与参考平面内空间坐标之间的映射关系。完成子系统内标定后, 两侧点云仍位于各自参考坐标系中。为实现双镜面整体面形拼接, 还需进行虚拟基准标定, 建立左右虚拟参考面之间的空间变换关系, 并为两子系统点云统一基准转换关系。

2.2.1 子系统标定

深度标定是为了确定子系统中显示屏与虚拟参考面之间的相对位置, 下面以 LDPMD 子系统为例说明系统标定过程。将镜面标定板安装在旋转台上, 调节其与旋转中心对准, 并将其置于相机视场内。LCD_A 显示已知间距的圆环图案, CCD_A 采集图像并提取圆环边界, 结合相机标定原理, 计算出显示屏和虚拟参考面之间的旋转矩阵和平移向量。 d_A 可由式(7)求得, Δd_A 可直接通过读取高精度水平移动台读数获取:

$$d_A = R_A^{-1}(T_A - T_{Af}). \quad (7)$$

完成 LDPMD 子系统标定后, 控制旋转台带动标定板转动, 使其置于 CCD_B 测量视场中。同理可得到 RDPMD 子系统结构参数 d_B 与 Δd_B 。

深度标定结合相位解算只能获得被测表面点沿参考平面法线方向的高度 Z 坐标。为了进一步确定该点在参考平面内的 X 和 Y 坐标, 还需进行横向标定。在不同深度位置移动标定板, 并

记录每个位置处的像素和空间坐标,使用二元多项式拟合模型,建立从像素坐标到空间坐标的映射关系,并建立由像素坐标到参考平面内空间坐标 X, Y 的查找表,即:

$$\begin{cases} X_{Ab} = a_{A0}(u_A, v_A)Z_{Ab}^2 + a_{A1}(u_A, v_A)Z_{Ab} + a_{A2} \\ Y_{Ab} = b_{A0}(u_A, v_A)Z_{Ab}^2 + b_{A1}(u_A, v_A)Z_{Ab} + b_{A2} \end{cases}, \quad (8)$$

其中: $a_{A0}, a_{A1}, a_{A2}, b_{A0}, b_{A1}, b_{A2}$ 为像素 (u_A, v_A) 处的横向标定参数。对 CCD_A 视场内所有有效像素完成上述拟合后,即可完成 LDPMD 子系统的横向标定。采用相同方法,可进一步求得 RDPMD 子系统对应的系数 $a_{B0}, a_{B1}, a_{B2}, b_{B0}, b_{B1}, b_{B2}$, 并建立其像素坐标与空间坐标之间的映射查找表。

2.2.2 虚拟基准标定

独立标定两 DPMD 子系统后,重建得到的三维点云分别位于各自参考坐标系内,无法直接用于双镜面整体面形拼接。因此,需要在两子系统之间建立统一测量基准,求解其刚体变换关系。为建立两子系统之间的基准转换关系,以两虚拟参考面为基准传递对象构建虚拟基准,并在此基础上进行虚拟基准标定。在 DPMD 系统中,镜面标定板所在平面同时作为相位-深度映射的参考平面。实际测量时,尽管实体标定板已移除,但该参考平面仍以虚拟形式保留在系统中,因此两子系统可分别形成对应的虚拟参考面 VRP_A 和 VRP_B 。两子系统获得的三维点云分别以各自虚拟参考面为基准,建立两虚拟参考面之间的空间变换关系,实现双子系统测量结果的统一。设 RDPMD 中重建得到的空间点为:

$$P_B = [x_B, y_B, z_B]^T. \quad (9)$$

任意两个坐标系之间的刚体变换可表示为:

$$T_i^j = \begin{bmatrix} R_i^j & t_i^j \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

其中: R_i^j 和 t_i^j 分别表示旋转矩阵和平移向量。RDPMD 中的点可通过变换矩阵 $T_{VRP_B}^{VRP_A}$ 转换到以 $\{O_{VRP_A}\}$ 为参考的坐标系中,即:

$$P_W = P_A = T_{VRP_B}^{VRP_A} \cdot P_B. \quad (11)$$

求解 $T_{VRP_B}^{VRP_A}$ 后,可将两子系统获得的点云数据统一到同一参考坐标系中,为双镜面整体面形

重建提供坐标变换关系。

系统采用双 DPMD 结构,两个子系统之间不存在公共反射条纹视场,无法直接利用同一相位场建立跨系统约束。针对这一问题,利用平面镜在多转台姿态下的相位重建结果提取法向量,并借助转台坐标系建立两子系统之间的几何约束,从而求解其刚体变换关系。标定过程中,将平面镜安装于转台上,并在多个转角位置采集反射条纹图像。经过相位展开与三维重建后,可得到第 k 个姿态下的离散点云:

$$P = \{p_i = [x_i, y_i, z_i]^T\}_{i=1}^N. \quad (12)$$

对各姿态下的点云进行平面拟合,可得到单位法向量 $n_c(\theta_k)$ 及平面距离参数 $d_c(\theta_k)$, 其平面方程写为:

$$n_c(\theta_k)p + d_c(\theta_k) = 0. \quad (13)$$

为描述平面镜随转台转动产生的姿态变化,引入转台坐标系 $\{O_T\}$, 并设其旋转轴与 Z_T 轴重合。当转台转角为 θ_k 时,平面镜在转台坐标系中的法向满足:

$$n_T(\theta_k) = R_z(\theta_k)n_T^0, \quad (14)$$

其中: n_T^0 为平面镜初始法向, $R_z(\theta_k)$ 为绕转台轴的旋转矩阵。若相机坐标系相对于转台坐标系的旋转矩阵记为 R_T^C , 则相机采集到的法向与转台坐标系中的法向之间满足:

$$n_c(\theta_k) = R_T^C \cdot R_z(\theta_k) \cdot n_T^0. \quad (15)$$

对多个姿态下的法向建立最小二乘模型,可求得相机坐标系相对于转台坐标系的旋转矩阵 R_T^C :

$$\min_{R_T^C, n_T^0} \sum_{k=1}^K n_c(\theta_k) - R_T^C \cdot R_z(\theta_k) \cdot n_T^0. \quad (16)$$

在求得旋转矩阵后,再结合各姿态下的平面距离参数建立关于平移向量 t_T^C 的约束关系:

$$d_c(\theta_k) = d_T^0 - n_c(\theta_k)t_T^C. \quad (17)$$

由此求得相机坐标系相对于转台坐标系的平移向量。左右子系统分别完成上述求解后,可得到其相对于转台坐标系的位姿参数 $(R_T^{C_A}, t_T^{C_A})$ 和 $(R_T^{C_B}, t_T^{C_B})$ 。两个相机坐标系之间的刚体变换为:

$$R_{C_B}^{C_A} = R_T^{C_A} (R_T^{C_B})^{-1}, \quad (18)$$

$$t_{C_B}^{C_A} = t_T^{C_A} - R_{C_B}^{C_A} t_T^{C_B}. \quad (19)$$

进而得到两相机之间的齐次变换矩阵:

$$T_{C_B}^{C_A} = \begin{bmatrix} R_{C_B}^{C_A} & t_{C_B}^{C_A} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

结合各子系统中相机坐标系与虚拟参考面坐标系之间已知的位姿关系,可进一步求得虚拟参考面之间的变换矩阵:

$$T_{VRP_B}^{VRP_A} = T_{C_A}^{VRP_A} \cdot T_{C_B}^{C_A} \cdot (T_{C_B}^{VRP_B})^{-1}. \quad (21)$$

完成求解后,左右子系统在不同参考系下获得的点云数据即可统一到同一基准下。该方法以相位重建结果作为约束信息,不依赖公共条纹视场,能够完成双 DPMD 结构下的虚拟基准标定,为双镜面整体面形拼接提供基准转换关系。

3 实验与结果分析

为验证所提方法的有效性,搭建了双 DPMD 面形测量系统,其硬件结构如图 2 所示。系统由左右两个独立的 DPMD 子系统构成,其中左子系统由相机 CCD_A 和显示屏 LCD_A 组成,右子系统由相机 CCD_B 和显示屏 LCD_B 组成。两子系统按一定空间夹角布置,以满足法向夹角接近 90° 双镜面元件的测量需求。

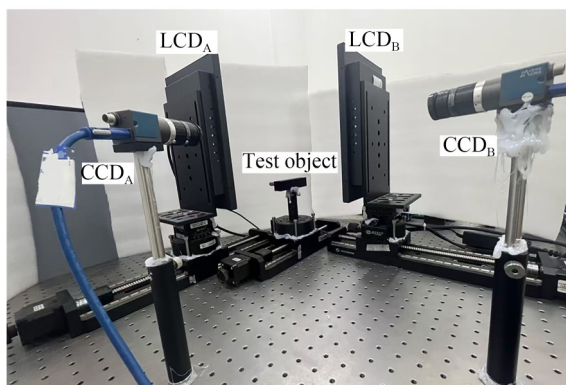


图 2 双镜面三维测量硬件系统

Fig. 2 Hardware of 3D measuring system with double-mirror

系统相机均选用大恒图像 MER2-501-79U3M 型工业面阵相机,图像传感器分辨率为 $2\,448 \times 2\,048$,像元尺寸为 $3.45\,\mu\text{m} \times 3.45\,\mu\text{m}$ 。显示屏均采用智显达 G1316 型号,物理分辨率为 $1\,920 \times 1\,080$ 像素,单个像素尺寸为 $153.16\,\mu\text{m} \times$

$153.70\,\mu\text{m}$ 。系统位移调节采用大恒光电 GCD203300M 型高精度水平导轨,其有效行程为 300 mm,步进分辨率为 $1\,\mu\text{m}$,重复定位精度优于 $5\,\mu\text{m}$,可满足系统标定与测量过程中的位移控制要求。实验所用镜面标定板表面特征圆环中心间距标称值为 15 mm,两台相机均配备焦距为 16 mm 的定焦镜头。

3.1 系统标定结果

按照第 2.2.1 节所述流程,完成两个 DPMD 子系统中显示屏与虚拟参考面的深度标定和横向标定,得到 LDPMD 子系统的结构参数 $d_A = 142.380\,\text{mm}$, $\Delta d_A = 12.000\,\text{mm}$,以及 RDPMD 子系统的结构参数 $d_B = 151.665\,\text{mm}$, $\Delta d_B = 12.000\,\text{mm}$ 。

双 DPMD 左右子系统分别对应各自的虚拟参考面。由于两系统虚拟参考面转换可通过转台旋转实现,可结合系统结构关系求得两虚拟参考面之间的初始转换关系。根据标定板厚度及系统参数,可求得 $\{O_{VRP_A}\}$ 与 $\{O_{VRP_B}\}$ 之间的变换矩阵 $T_{1\,VRP_B}^{VRP_A} =$

$$\begin{bmatrix} 0.006\,562 & -0.999\,978 & 0 & 0 \\ 0.999\,978 & 0.006\,562 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.000\,000 & 3.000\,000 \\ 0 & 0 & 0 & 1.000\,000 \end{bmatrix}。$$

在此基础上,进一步采用第 2.2.2 节所述虚拟基准标定方法,利用多姿态平面镜相位重建结果建立两子系统相对于转台坐标系的位姿关系,并求得虚拟参考面之间的精确变换矩阵 $T_{2\,VRP_B}^{VRP_A} =$

$$\begin{bmatrix} 0.003\,861 & -0.999\,987 & -0.002\,204 & 0.027\,900 \\ 0.999\,989 & -0.003\,846 & -0.001\,564 & -0.018\,600 \\ 0.001\,533 & 0.002\,217 & 0.999\,996 & 3.004\,100 \\ 0 & 0 & 0 & 1.000\,000 \end{bmatrix}。$$

3.2 子系统测量结果

为验证两个 DPMD 子系统的重建精度,本文选取非连续环形镜面台阶作为被测件开展实验。该台阶第 1 至第 6 级表面均为镜面,相邻台阶面间距离采用 Zeiss Calypso 三坐标测量仪测得,并作为比对的参考值。实验中,两个子系统均采用序列为 [64 63 56] 的 12 幅四步相移绿色正弦条纹进行测量。根据重建得到的台阶三维面形,采用平面拟合方法计算相邻台阶面间距离,

并与参考值比较,测量结果如表 1 所示。结果表明,LDPMD 子系统测得相邻台阶面间距离的最大绝对误差为 0.033 mm,RDPMD 子系统的最

大绝对误差为 0.036 mm,验证了两个子系统具有较好的测量精度。台阶实物和测量结果如图 3 所示。

表 1 台阶的测量结果

Tab. 1 Measurement results of steps (mm)

Step surface	LDPMD System			RDPMD System		
	Reference distance	Measured distance	Absolute error	Reference distance	Measured distance	Absolute error
Steps 1-2	3.000	3.033	0.033	3.000	2.964	0.036
Steps 2-3	4.000	4.028	0.028	4.000	4.030	0.030
Steps 3-4	5.000	5.022	0.022	5.000	5.034	0.034
Steps 4-5	5.500	5.471	0.029	5.500	5.528	0.028
Steps 5-6	6.500	6.475	0.025	6.500	6.469	0.031

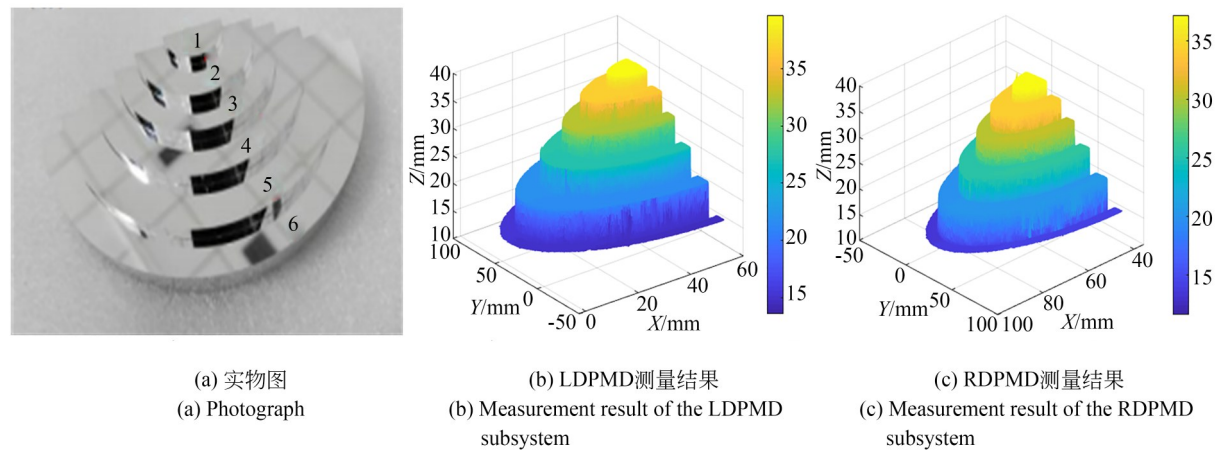


图 3 台阶实物图与测量结果

Fig. 3 Photograph and measurement results of the step target

3.3 双镜面整体拼接精度

台阶测量结果表明,两个 DPMD 子系统均具备独立三维重建能力。双镜面整体测量还需在此基础上完成两侧点云的坐标统一。根据第 3.1 节所得虚拟基准标定结果,建立 VRP_A 与 VRP_B 之间的空间变换关系,并将 RDPMD 子系统点云转换至 LDPMD 子系统参考坐标系下,对双镜面整体测量精度进行验证。选取标准直角三棱镜作为被测双镜面物体。经 Fizeau 激光干涉仪测量,两直角镜面之间的垂直度误差小于 0.01° ,可视

为相互垂直。为体现虚拟基准标定对变换矩阵求解的作用,本文在同一组三棱镜点云数据上采用两种矩阵求解方式进行坐标统一。一种方式根据系统结构参数与几何关系直接求得两虚拟参考面之间的变换矩阵;另一种方式采用第 2.2.2 节所述虚拟基准标定方法,通过多姿态平面镜相位重建结果求解两虚拟参考面之间的变换矩阵,利用所搭建系统完成标准直角三棱镜的三维面形测量,其实物与测量结果如图 4 所示。

拼接完成后,首先对三棱镜左右表面点云分别进行平面拟合,并通过两拟合平面的法向量计算其夹角,验证双镜面拼接后的角度测量精度,结果如表 2 所示。结果表明,利用系统结构建立转换关系的方法得到的两表面夹角为 89.624° ,虚拟基准标定方法得到的两表面夹角为 90.219° ,所提方法获得结果更接近理想直角,该

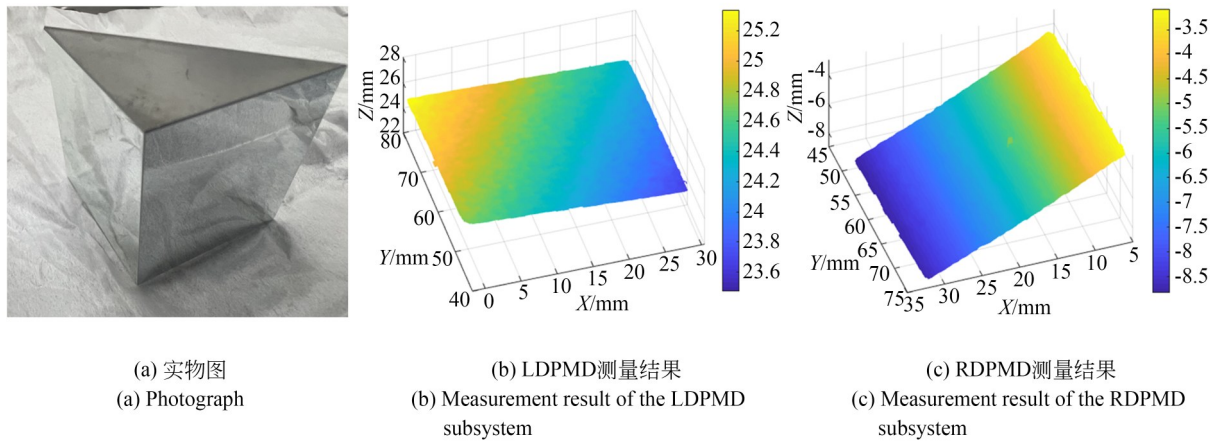


图 4 三棱镜实物图及测量结果
Fig. 4 Photograph and measurement results of prism

表 2 两种变换矩阵求解方式下的拼接精度对比
Tab. 2 Comparison of stitching accuracy under two transformation-matrix calculation methods (°)

Transformation matrix calculation	Angle	Difference
Method based on the system structure	89.624	0.376
Virtual datum calibration method	90.219	0.219

方法能够更准确地建立两工作面间的相对姿态关系。

为了进一步验证所提方法的精度,以三棱镜左表面和拼接棱线为基准构造标准平面,并计算右表面相对于该标准平面的距离误差,验证完整系统的整体重建精度,两方法拼接结果和距离误差如图 5 和图 6 所示。实验表明,利用系统结构建立转换关系的方法求解对应的距离误差 RMSE 为 0.121 mm, PV 为 0.394 mm;虚拟基准标定方法对应的距离误差 RMSE 为 0.059 mm, PV 为 0.229 mm。所提方法能够有效减小双镜面点云拼接误差,提高整体三维面形的重建精度。

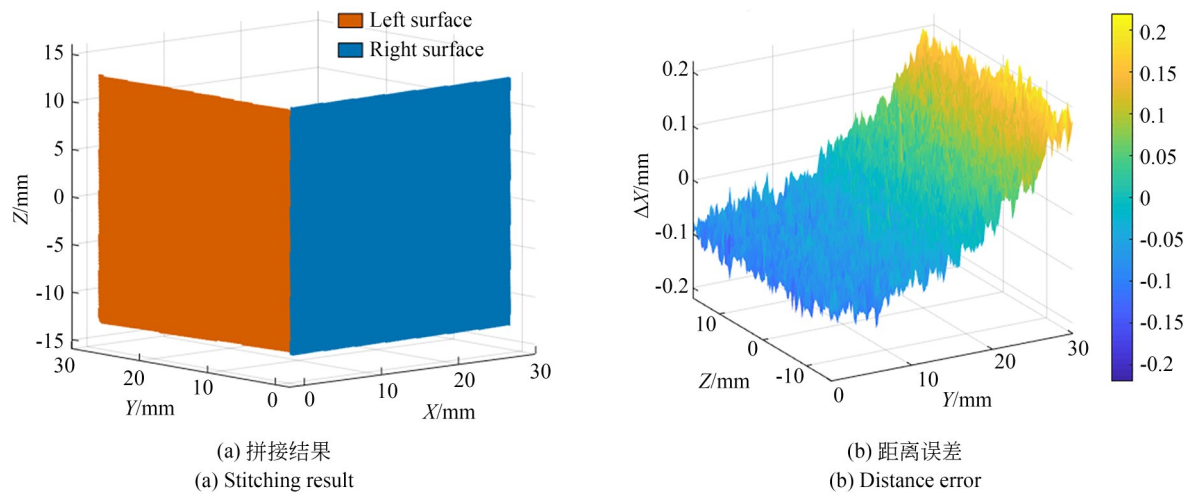


图 5 利用系统结构的拼接结果及距离误差
Fig. 5 Stitching result and distance error obtained using system structure

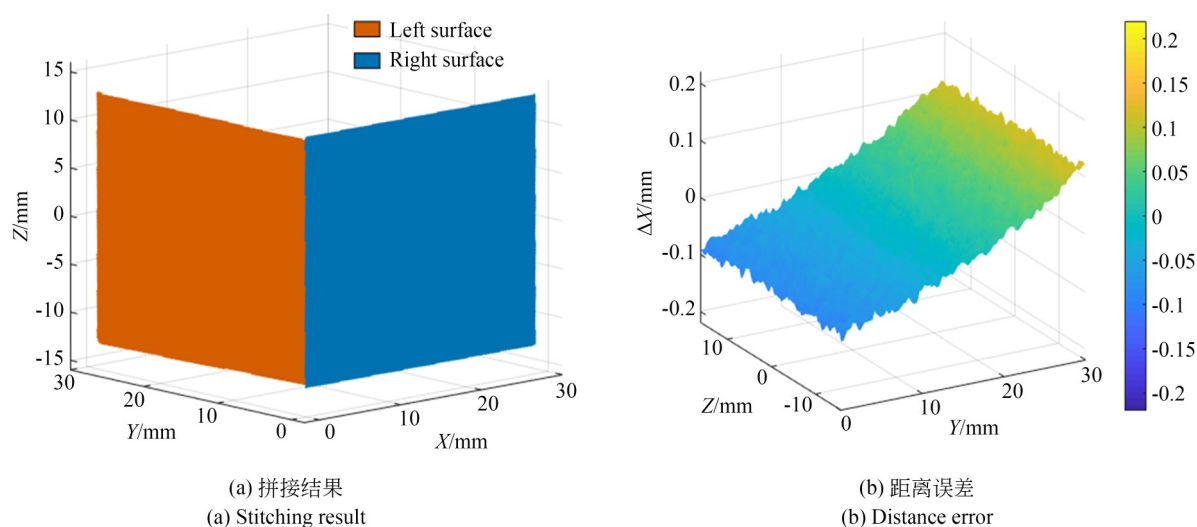


图 6 虚拟基准标定方法的拼接结果及距离误差

Fig. 6 Stitching result and distance error obtained using virtual datum calibration method

4 结 论

本文提出了一种面向双镜面物体面形三维测量的虚拟基准标定方法。该方法以两子系统标定过程中形成的虚拟参考面构建虚拟基准,并利用多姿态平面镜相位重建结果与转台坐标系之间的约束关系,标定两虚拟参考面之间的空间变换关系,实现了左右 DPMD 子系统点云数据的统一。所提方法不依赖子系统间实体统一基准,可用于无公共条纹视场条件下双 DPMD 系统间的参数标定。实验结果表明,所提虚拟基准标定方法能够完成双镜面的点云拼接,并实现双镜面物体整

体三维面形重建。后续将进一步优化虚拟基准标定精度,并抑制系统间参数传递与整体拼接过程中的累积误差,以提高系统整体测量精度。

作者贡献声明:

靳 钰:论文构思,实验设计与实施,初稿撰写;

倪育博、高楠、马璐瑶、孟召宗:研究指导,论文审核;

杨泽青、张国锋、赵洪伟:实验验证;

张宗华:论文指导、审核与编辑,项目管理,提供资源。

参考文献:

- [1] SCHMIDT M, CVECEK K, DUFLOU J, *et al.* Dynamic beam shaping: Improving laser materials processing *via* feature synchronous energy coupling [J]. *CIRP Annals*, 2024, 73(2): 533-559.
- [2] SKIRNEWSKAJA J, WILKINSON T D. Automotive holographic head-up displays[J]. *Advanced Materials*, 2022, 34(19): 2110463.
- [3] GUAN J T, LI J, YANG X, *et al.* Defect detection method for specular surfaces based on deflectometry and deep learning [J]. *Optical Engineering*, 2022, 61(6): 061407.
- [4] 王月敏, 张宗华, 高楠. 基于全场条纹反射的镜面物体三维面形测量综述[J]. *光学精密工程*, 2018, 26(5): 1014-1027.
- [5] WANG Y M, ZHANG Z H, GAO N. Review on three-dimensional surface measurements of specular objects based on full-field fringe reflection[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2018, 26(5): 1014-1027. (in Chinese)
- [6] NI Y B, FU S, SU C Y, *et al.* Computational grayscale dithering phase measuring deflectometry for accurate specular surface inspection [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2024, 174: 107928.
- [7] 杨小娜, 倪育博, 孟召宗, 等. 基于镜面和漫反射面标定板的系统参数标定[J]. *光学精密工程*, 2024, 32(9): 1338-1346.
- [8] YANG X N, NI Y B, MENG ZH Z, *et al.* System

- parameter calibration based on a specular and diffuse calibration plate[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2024, 32(9): 1338-1346. (in Chinese)
- [7] 张宗华, 李雁玲, 高峰, 等. 面向结构光三维测量的相位展开技术综述[J]. *红外与激光工程*, 2023, 52(8): 15-37.
- ZHANG Z H, LI Y L, GAO F, *et al.* Phase unwrapping technology for structured light three-dimensional measurement: a review[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2023, 52(8): 15-37. (in Chinese)
- [8] LI Y L, GAO F, XU Y J, *et al.* Robotic arm operated automatic area scanning phase measuring deflectometry calibration method [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2026, 38(9): 584-587.
- [9] LIU Y, HUANG S J, ZHANG Z H, *et al.* Full-field 3D shape measurement of discontinuous specular objects by direct phase measuring deflectometry [J]. *Scientific Reports*, 2017, 7: 10293.
- [10] CHEN P Y, LI D H, WANG Q H, *et al.* A method of sub-aperture slope stitching for testing flat element based on phase measuring deflectometry [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 110: 392-400.
- [11] 张海花, 李勇, 张海燕, 等. 采用虚拟标准平面标定相位测量轮廓术系统[J]. *激光技术*, 2010, 34(5): 600-602, 618.
- ZHANG H H, LI Y, ZHANG H Y, *et al.* Calibration of PMP system using virtual planes[J]. *Laser Technology*, 2010, 34(5): 600-602, 618. (in Chinese)
- [12] 何雯静, 倪育博, 高楠, 等. 双镜面物体共基准形位测量[J]. *光学精密工程*, 2025, 33(6): 850-861.
- HE W J, NI Y B, GAO N, *et al.* Double-specular-surface metrology by common benchmark calibration method[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2025, 33(6): 850-861. (in Chinese)
- [13] LIU Q, LI L L, ZHANG H, *et al.* Simultaneous dual-wavelength phase-shifting interferometry for surface topography measurement [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2020, 124: 105813.
- [14] ZHANG Z H, TOWERS C E, TOWERS D P. Time efficient color fringe projection system for 3D shape and color using optimum 3-frequency Selection[J]. *Optics Express*, 2006, 14(14): 6444.
- [15] ZHANG Z H, JING Z, WANG Z H, *et al.* Comparison of Fourier transform, windowed Fourier transform, and wavelet transform methods for phase calculation at discontinuities in fringe projection profilometry [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2012, 50(8): 1152-1160.
- [16] ZHANG Z. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.

作者简介:



靳 钰(2000—),男,河北沧州人,硕士研究生,2023年于河北工业大学获得学士学位,主要研究方向为多维光视精密测量原理、方法及系统。E-mail:JY_jinyu@163.com

通讯作者:



张宗华(1974—),男,江苏徐州人,博士,教授,1996年、1998年、2001年于天津大学分别获得学士、硕士和博士学位,主要从事光学检测、三维数字成像和造型、条纹自动分析方面的研究。E-mail:zhzhang@hebut.edu.cn